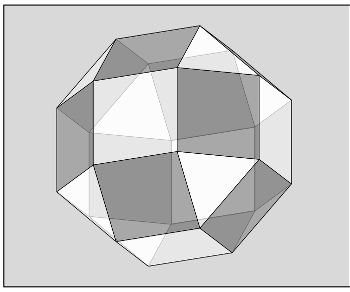


30. Mathematik-Turnier

2021 Staffel

Radboud Universiteit

universitätbonn

KU LEUVEN

Ausarbeitung Aufgabe 1

Der gesuchte Winkel $\angle DD'B$ ist gleich $\angle AD'D + \angle AD'B$. Man beachte, dass die Dreiecke $\triangle ADD'$ und $\triangle ABD'$ gleichsschenklig sind. Es gilt

$$2\angle DD'B+90^\circ = \angle DD'B+\angle AD'D+\angle AD'B+\angle BAD = \angle ADD'+\angle DD'B+\angle D'BA+\angle BAD.$$

Hier ist die rechte Seite die Summe der Innenwinkel des Vierecks $ADD'B$, also gleich 360°. Daraus folgt

$$\angle DD'B = (360^\circ - 90^\circ)/2 = 135^\circ.$$

Ausarbeitung Aufgabe 2

Ist $p \neq 3$ ist, so ist $p^2 - 1 = (p-1)\cdot(p+1)$ durch 3 teilbar, also ist auch $p(p+3) - 1 = p^2 - 1 + 3p$.

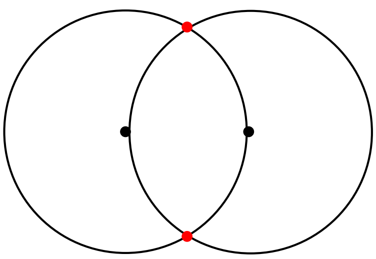
Für $p = 3$ erhalten wir die Primzahl 17.

Ausarbeitung Aufgabe 3

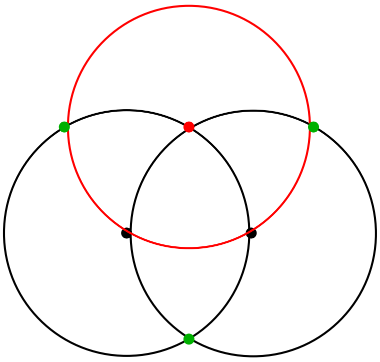
Es gibt nur eine Möglichkeit, die restlichen drei Damen so zu platzieren, dass sich die fünf Damen nicht gegenseitig bedrohen, nämlich auf. A5, C4 und E3.

Ausarbeitung Aufgabe 4

Wir nehmen an, dass sich zwei Personen in einem Abstand von 1.5 Metern zueinander befinden (schwarze Punkte auf der Skizze). Wenn wir dann noch eine dritte Person hinzufügen wollen, so dass möglichst wenig Platz weggenommen wird, müssen wir einen der beiden Schnittpunkte der Kreise um die schwarzen Punkte mit Radius 1.5 wählen. Diese roten Punkte sind somit genau 1.5 Meter von den schwarzen Punkten entfernt.



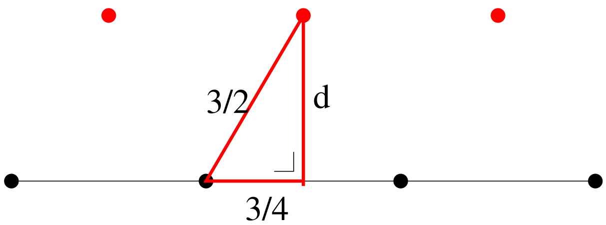
Nun wollen wir dieses Trio um eine vierte Person erweitern, damit wiederum möglichst wenig Platz in Anspruch genommen wird. Am besten geht das auf den grünen Punkten:



So geht es weiter, und es zeigt sich, dass die effizienteste Art, ein solches Feld zu füllen, ein Gitter aus gleichseitigen Dreiecken mit einer Seitenlänge von 1.5 Metern ist.

Es bleibt die Frage, wie man ein so großes dreieckiges Gitter am besten verschiebt, damit möglichst viele Rasterpunkte auf dem Fußballfeld platziert werden. Wir erreichen dies, indem wir so viele Menschen wie möglich am Rande des Feldes platzieren. Die Länge der kurzen Seite ist kein Vielfaches von 1.5, die Länge der langen Seitenlinie hingegen schon. Wenn man also entlang der langen Seitenlinie die Personen in einem Abstand von 1.5 Meter zueinander platziert, dann befinden sich sogar zwei Personen genau in einer Ecke des Spielfelds, und das ist in jedem Fall effizienter als der Aufbau von der kurzen Seitenlinie aus.

Auf eine lange Seitenlinie passen genau $105/(3/2)+1 = 71$ Personen im Abstand von 1.5 Metern. In der Reihe daneben stehen 70 Personen, ebenfalls im Abstand von 1.5 Metern.



In der Breitenrichtung des Feldes ist diese zweite Reihe (siehe Skizze) $d = \sqrt{(3/2)^2 - (3/4)^2} = \sqrt{27}/4$ Meter von der langen Seitenlinie entfernt. Dieses Zwei-Reihen-Muster wiederholt sich also immer in Abständen von $2d = \sqrt{27}/2$ Metern Entfernung. Wegen $68/(\sqrt{27}/2) \approx 26{,}2$ können wir dieses Zwei-Reihen-Muster genau 26 Mal neben der Reihe von 71 Personen auf der langen Seitenlinie aufbauen; daneben passt dann auch keine Einzelreihe mehr. Das ergibt

$$26 \times (71 + 70) + 71 = 3666 + 71 = 3737$$

Personen. Zur Information: Hier handelt es sich um eine sogenannte Kreispackung, siehe Wikipedia für weitere Fälle.

Ausarbeitung Aufgabe 5

Die fünf Zahlen seien a, b, c, d und e. Dann gilt:

$$b = a + c \qquad c = b + d \qquad d = c + e$$

Sukzessive eingesetzt in die Summe ergibt dies:

$$\begin{aligned} a + b + c + d + e &= a + 2c + e \\ &= a + c + c + e \\ &= b + d \\ &= c = 237 \end{aligned}$$

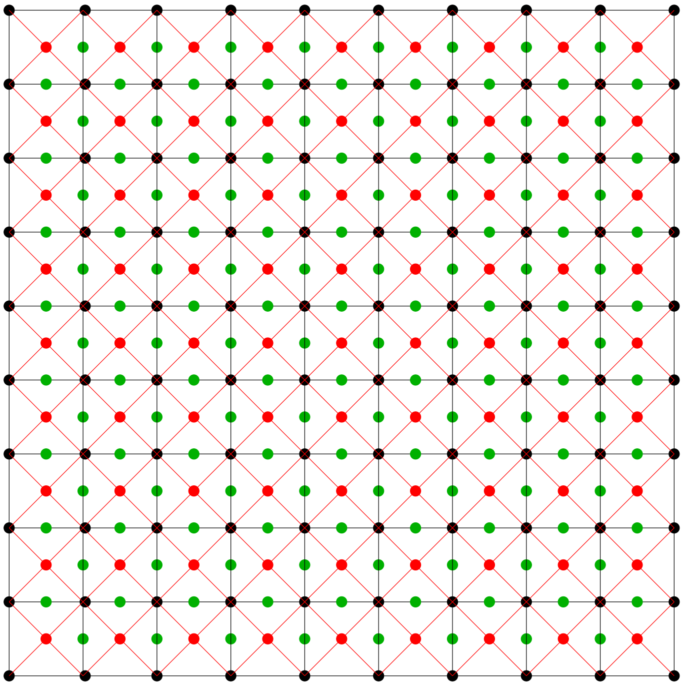
Ausarbeitung Aufgabe 6

Da jede*r Schüler*in durch logisches Denken die Farbe seines oder ihres Hutes herausfinden kann, ist es unmöglich, dass es nur einen Hut einer bestimmten Farbe gibt. Wenn ein*e Schüler*in also nur einen Hut einer bestimmten Farbe sieht, weiß sie oder er, dass auch ihr oder sein eigener Hut diese Farbe hat. Wenn ein*e Schüler*in nur zwei Hüte einer bestimmten Farbe sieht und die Träger*innen beim ersten Glockenton die Farbe ihrer Hüte nicht nennen, weiß sie oder er beim zweiten Glockenton, dass sie oder er einen Hut derselben Farbe aufhat, und so weiter. Im Allgemeinen können beim n-ten Glockenton alle Schüler*innen mit einer Hutfarbe, von denen genau $n + 1$ im Spiel sind, ihre Farbe sagen. Diese Zahl ist $k(n + 1)$, wobei k die Anzahl derjenigen Farben ist, von denen es genau $n + 1$ Hüte im Spiel gibt.

Beim ersten Glockenton benennen $4 = 2 \cdot 2$ Schüler*innen die Farbe ihrer Hüte, beim zweiten Glockenton $3 = 1 \cdot 3$ Schüler*innen und beim dritten Glockenton $0 = 0 \cdot 4$ Schüler*innen. Es sind jetzt noch $23 - 4 - 3 = 16$ Schüler*innen übrig. Da die Schüler*innen, die die Farbe ihrer Hüte beim vierten Glockenton kennen, verschiedenfarbige Hüte tragen, muss es sich hierbei entweder um $10 = 2 \cdot 5$ oder um $15 = 3 \cdot 5$ Schüler*innen handeln. Im letzteren Fall bliebe nur ein*e Schüler*in übrig, was unmöglich ist. Sie oder er würde einen Hut in einer einzigartigen Farbe tragen. Es gibt also 10 Schüler*innen, die beim vierten Glockenton ihre Farbe benennen. Die Hüte der verbleibenden 6 Schüler*innen haben alle die gleiche Farbe und sie werden diese Farbe beim fünften Glockenton benennen.

Ausarbeitung Aufgabe 7

Wir zeichnen das Gitter R in schwarz, die neuen Punkte von R' in rot und die zusätzlichen Punkte von R'' in grün:



Abgesehen vom äußeren schwarzen Rand haben wir hier ein Gitter mit $17 \cdot 17 = 289$ Punkten. Der Rand besteht aus $4 \cdot 9 = 36$ Punkten, also hat R'' insgesamt $289 + 36 = 325$ Punkte.

Ausarbeitung Aufgabe 8

Nach k Runden kann man genau 2^k Arten von Dosen unterscheiden, indem man schaut, ob eine Dose in Runde 1 gewählt oder nicht gewählt wurde, in Runde 2 gewählt oder nicht gewählt wurde und so weiter. Es gibt also Zahlen $x_1, x_2, \ldots, x_{2^k}$, so dass für alle Dosen der gleichen Art

$$\text{(ursprüngliche Anzahl von Keksen) - (Anzahl der Kekse nach } k \text{ Runden)} = x_i$$

für ein $i \in \{1, \ldots, 2^k\}$ gilt. Da wir alle 15 verschiedenen Zahlen auf Null bringen wollen, brauchen wir mindestens 15 verschiedene x_i. Dies ist nur möglich, wenn k mindestens 4 ist.

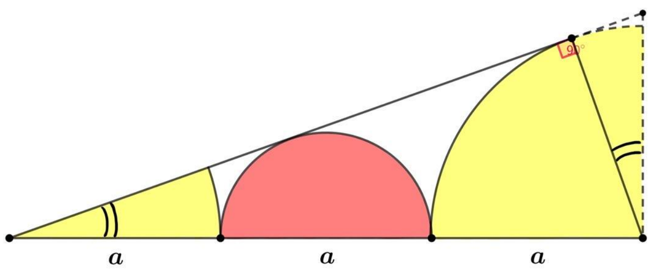
Im Allgemeinen dauert es für jedes n mit $2^k \leq n < 2^{k+1}$ genau k Runden. Hier ist $k = 4$, und eine Lösung ist gegeben durch:

(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15)
(1,2,3,4,5,6,7,0,1,2,3,4,5,6,7)
(1,2,3,0,1,2,3,0,1,2,3,0,1,2,3)
(1,0,1,0,1,0,1,0,1,0,1,0,1,0,1)
(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)

Ausarbeitung Aufgabe **9**

Die beiden gelben Teile ergeben zusammen einen Viertelkreis mit dem Radius a, also mit Fläche $\frac{1}{4}\pi a^2$. Wir erhalten somit nach Voraussetzung:

$$\frac{1}{4}\pi a^2 = 64 \Leftrightarrow \pi a^2 = 256$$



Der rote Halbkreis mit Radius $\frac{a}{2}$ hat daher eine Fläche der Größe:
$\frac{1}{2}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}\pi a^2 = \frac{1}{8} * 256 = 32.$

Ausarbeitung Aufgabe **10**

Im linken Teil multiplizieren wir den ersten mit dem letzten Faktor und den zweiten mit dem dritten:

$$\left(x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{1}{4}\right)\left(x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{3}{8}\right) = \frac{45}{32}.$$

Nach der Substitution $u = x^2 + \dfrac{5}{4}x + \dfrac{1}{4}$ erhalten wir die Gleichung

$$u\left(u + \frac{1}{8}\right) = \frac{45}{32},$$

mit den Lösungen $u = \frac{9}{8}$ und $u = -\frac{5}{4}$. Die Lösungen der ursprünglichen Gleichung sind also die Lösungen der beiden folgenden Gleichungen:

$$x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{1}{4} = \frac{9}{8}, \qquad x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{1}{4} = -\frac{5}{4}.$$

Die zweite Gleichung hat eine negative Diskriminante und damit keine echten Lösungen. Die erste Gleichung hat eine streng positive Diskriminante und damit zwei verschiedene reelle Lösungen. Die Summe dieser Lösungen ist, abgesehen vom Vorzeichen, der Koeffizient von x in der Gleichung.

Ausarbeitung Aufgabe 11

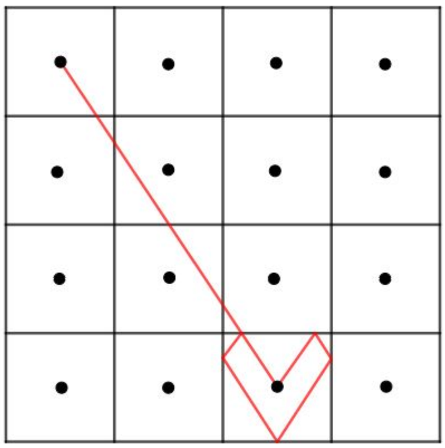
Die ersten drei aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen, die aus 3 und 23 gebildet werden können, sind

$$44 = 23 + 7 \cdot 3, \quad 45 = 15 \cdot 3, \quad 46 = 2 \cdot 23.$$

Ab da können alle Zahlen durch Addition eines Vielfachen von 3 zu diesen drei Zahlen gebildet werden.

Ausarbeitung Aufgabe 12

Hierbei ist es zweckmäßig, das Quadrat auf einer ebenen Fläche aufzuklappen:



Der gesuchte Weg ist dann der kürzeste Weg vom Mittelpunkt des ursprünglichen Quadrats in die Mitte eines anderen Quadrats, so dass der Weg drei horizontale Linien und zwei vertikale Linien (nicht in den Eckpunkten) kreuzt.

Am schnellsten geht es, wenn man zwei Einheiten nach links und drei Einheiten nach oben geht. Nach Pythagoras ist die Länge dieses Weges gleich $\sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$.

Ausarbeitung Aufgabe 13

Es sei d der größte gemeinsame Teiler von a und b. Dann können wir a und b als $a = dx$ und $b = dy$ mit teilerfremden x und y schreiben. Die Bedingung aus der Aussage wird dann zu $d + dxy = 2021$, was äquivalent ist zu

$$d(1 + xy) = 43 \cdot 47.$$

Da $1 + xy > 1$ ist, gibt es nur drei Möglichkeiten für d, nämlich $d \in \{1, 43, 47\}$.

1. Fall: $d = 1 \Rightarrow xy = 2020 = 2^2 \cdot 5 \cdot 101$. Ohne Berücksichtigung der Reihenfolge gibt es dann 4 Möglichkeiten für das Paar $\{x, y\}$, nämlich $\{1, 2^2 \cdot 5 \cdot 101\}$, $\{2^2, 5 \cdot 101\}$, $\{2^2 \cdot 5, 101\}$ und $\{5, 2^2 \cdot 101\}$.

2. Fall: $d = 43 \Rightarrow xy = 46 = 2 \cdot 23$. Ohne Berücksichtigung der Reihenfolge gibt es dann 2 Möglichkeiten für das Paar $\{x, y\}$, nämlich $\{1, 2 \cdot 23\}$ und $\{2, 23\}$.

3. Fall $d = 47 \Rightarrow xy = 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$. Ohne Berücksichtigung der Reihenfolge gibt es dann 4 Möglichkeiten für das Paar $\{x, y\}$, nämlich $\{1, 2 \cdot 3 \cdot 7\}$, $\{2, 3 \cdot 7\}$, $\{3, 2 \cdot 7\}$ und $\{7, 2 \cdot 3\}$.

Unter Berücksichtigung der Reihenfolge gibt es also insgesamt $2 \cdot (4 + 2 + 4) = 20$ Möglichkeiten.

Ausarbeitung Aufgabe 14

Wir können aus den Trapezen Rechtecke machen, ohne den Flächeninhalt zu verändern. Dazu verschieben wir die schrägen Linien oben um die Länge 1 nach außen und unten um die Länge 1 nach innen. Die Strecke von der linken oberen Ecke des großen Rechtecks bis zur rechten oberen Ecke des gelben Rechtecks beträgt dann $12 + 1 = 13$ Meter, und die Strecke von der rechten unteren Ecke des großen Rechtecks bis zur linken unteren Ecke des gelben Rechtecks $9 + 1 = 10$ Meter. Wir sehen also, dass das linke weiße Rechteck $13 - 10 = 3$ Meter breiter ist als das rechte weiße Rechteck. Da der Flächeninhalt des linken weißen Rechtecks $18m^2$ größer ist als der Flächeninhalt des rechten weißen Rechtecks, muss die Höhe für alle drei Rechtecke $18 : 3 = 6$ Meter betragen.

Um einen Flächeninhalt von $42m^2$ für das linke weiße Rechteck zu erhalten, muss seine Breite $42 : 6 = 7$ Meter betragen. Es bleiben also $13 - 7 = 6$ Meter für die Breite des gelben Rechtecks übrig. Dann erhalten wir

$$\text{Inhalt der gelben Fläche} = 6 \times 6\, m^2 = 36\, m^2$$

Ausarbeitung Aufgabe 15

Aus Bedingung II geht hervor, dass A mindestens drei Stunden arbeitet (sonst würde C null Stunden arbeiten). Wenn A genau drei Stunden arbeitet, also von 3 Uhr bis 6 Uhr, muss C wegen Bedingung II von 5 bis 6 Uhr arbeiten und B bekommt den Zeitraum 12 bis 3 Uhr nicht gefüllt.

Daraus folgt, dass A mehr als drei Stunden arbeitet, und dafür gibt es nur die Möglichkeit von 1 bis 5 Uhr. Wegen Bedingung IV kann B nicht um 12 Uhr mit der Arbeit beginnen, also muss C um 12 Uhr mit der Arbeit beginnen. Dann arbeitet C zwei Stunden, also arbeitet B drei Stunden. Wegen I muss B von 3 bis 6 Uhr arbeiten.

Die einzige Möglichkeit, die Bedingung III zu erfüllen, ist nun, dass F von 12 bis 1 Uhr und von 2 bis 3 Uhr arbeitet. Wir wussten bereits, dass C um 12 Uhr beginnt, also arbeitet C von 12 bis 2 Uhr. Die Zeiträume 2 bis 4 Uhr und 5 bis 6 Uhr sind noch übrig. Da E wegen Bedingung IV früher als B beginnt, muss E zwischen 2 und 4 Uhr arbeiten. Für D verbleibt als Arbeitszeit noch der Zeitraum von 5 bis 6 Uhr.

Ausarbeitung Aufgabe 16

Wir färben die zweite und vierte Reihe schwarz und die übrigen Reihen weiß. Mit jedem kürzeren Zug wechselt der Springer von einer Farbe zur anderen. Da es 12 schwarze Felder gibt, kann er höchstens 12 kürzere Züge machen. Da sich die beiden Zugarten abwechseln, kann er höchstens 13 normale Springerzüge machen, also insgesamt maximal 25 Züge. Und eine solche Folge mit 25 Zügen gibt es tatsächlich:

19	5	7	9	11	
4	18	20	6	8	10
	1		21	26	12
17	3	24	15	13	22
2	16	14	25	23	

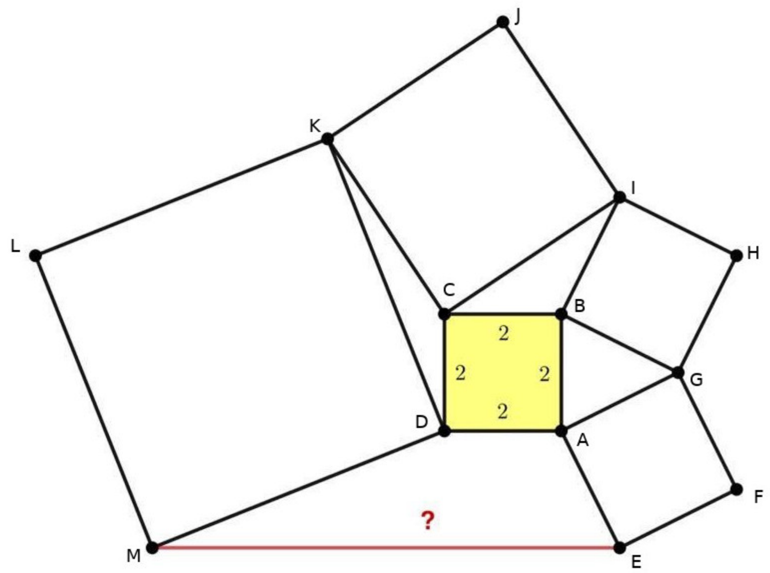
Ausarbeitung Aufgabe 17

Bildet man aus den Mittelpunkten der Kreise ein Dreieck, so erhalten wir ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge 1. Das bedeutet, dass die geraden Stücke des roten Fadens alle die Länge 1 haben.

Jetzt bleiben noch die Kreisbögen. Da das Dreieck gleichseitig ist, umspannt der Faden ein Bogenmaß von $\frac{120}{360}\pi = \frac{1}{3}\pi$ pro Kreis. Insgesamt beträgt die Länge des roten Fadens somit $3 + \pi$.

Ausarbeitung Aufgabe 18

Wir beginnen mit der Benennung aller Eckpunkte:



Da sich $\angle KCD$ und $\angle BCI$ zusammen mit den rechten Winkeln $\angle DCB$ und $\angle ICK$ zusammen zu 360° addieren, bilden $\angle KCD$ und $\angle BCI$ zusammen einen Winkel von 180°. Aus dem gleichen Grund ist

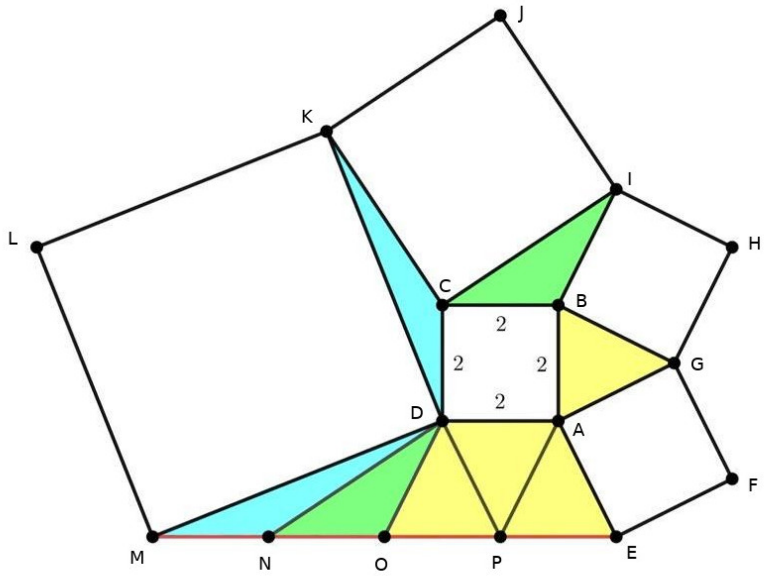
$$\angle IBC + \angle ABG = 180°.$$

Wir nehmen nun eine Kopie von $\triangle DKC$, drehen sie und legen sie unten bei $\overline{MD}$ an. Das ist möglich, weil $\triangle KD$ und $\triangle MD$ die gleiche Länge haben. Die Zuordnung ist: $D \mapsto M$,

$K \mapsto D$, und C wird einer neuen Position N zugeordnet.

Die Strecke $\overline{MN}$ steht senkrecht auf $\overline{DC}$, ist also parallel zu $\overline{DA}$. Da $\overline{ND}$ und $\overline{CI}$ gleich lang sind, können wir unterhalb von $\triangle ND$ eine Kopie von $\triangle CBI$ einfügen. Dann wird B einem neuen Punkt O zugeordnet. Die Punkte M, N, O liegen auf einer Geraden, weil

$$\angle DNM + \angle OND = \angle KCD + \angle BCI = 180°.$$



Nun ist $\overline{OD}$ genauso lang wie die Seiten von V2, so dass wir daneben eine Kopie von $\triangle ABG$ legen können mit $B \mapsto O$ und $G \mapsto D$. Es sei P die neue Position von A. Wegen

$$\angle DON + \angle POD = \angle IBC + \angle ABG = 180°$$

liegen M, N, O, P alle auf einer Geraden.

Behauptung: $\overline{DP}$ ist parallel zu $\overline{AE}$.

Dazu beginnen wir mit einem Vektor von A in Richtung E. Wir prüfen, welche Winkel, die dieser Vektor durchläuft, wenn wir außen um das Quadrat $ABCD$ herumgehen, bis der Vektor von D in Richtung P zeigt. Wir zählen vier rechte Winkel (der Quadrate V1, V2, V3 und V4), jeden Winkel des gelben Dreiecks genau einmal (hierbei $\angle BGA$ als $\angle ODP$), jeden Winkel des grünen Dreiecks genau einmal ($\angle CBI$ als $\angle NDO$) und jeden Winkel des blauen Dreiecks ebenfalls genau einmal ($\angle DKC$ als $\angle MDN$).

Insgesamt erhalten wir einen Winkel von

$$360° + 180° + 180° + 180° = 180°.$$

Daraus ergibt sich die geforderte Parallelität.

Als nächstes betrachten wir das Viereck $ADPE$. Beachten Sie, dass $\overline{DP}$ so lang ist wie $\overline{AG}$, und damit auch wie $\overline{AE}$. Mit der obigen Behauptung bedeutet dies, dass $ADPE$ ein Parallelogramm ist . Insbesondere ist $\overline{AD}$ genauso lang wie $\overline{PE}$.

Nun sehen wir, dass $\overline{ME}$ aus vier Strecken besteht, die alle gleich lang sind und zwar so lang wie eine Seite des Quadrats $ABCD$. Also hat $\overline{ME}$ die Länge 8.

Ausarbeitung Aufgabe 19

Wir wissen $A = l \cdot b$. Das neue Rechteck hat die Länge $1.1 \cdot l$, die Breite $(1 - \frac{p}{100}) \cdot b$ und den Flächeninhalt $0.88 \cdot A = 0.88 \cdot l \cdot b$. Somit ergibt sich die Gleichung

$$\begin{aligned} 0.88 \cdot l \cdot b &= 1,1 \cdot (1 - \tfrac{p}{100}) \cdot l \cdot b \\ 0.88 &= 1,1 \cdot (1 - \tfrac{p}{100}) \\ 0.8 &= 1 - \tfrac{p}{100} \\ \tfrac{p}{100} &= 0.2 \\ p &= 20 \end{aligned}$$

Ausarbeitung Aufgabe 20

Wir können ohne Beschränkung der Allgemeinheit die Karten mit den Zahlen 1 bis 10 so nummerieren, dass die Karte mit der Nummer 10 verloren geht. Wir nehmen nun an, dass wir vor dem Verlust der Karte mit der Nummer 10 eine Reihe von, sagen wir, 7 Karten hatten, unter denen die Karte mit der Nummer 10 war.

$$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6}\boxed{\mathrm{T}} \qquad (*)$$

Hier bezeichnen wir die Zahl 10 mit dem Symbol T, weil die Zahl 10 eine besondere Rolle einnimmt.

Um eine Reihe von $n-1$ Karten aus einer Reihe von n Karten zu bilden (mit $n \geq 2$), gehen wir wie folgt vor:

- Enthält die Reihe eine Karte mit dem Symbol T, so wird diese Karte entfernt.
- Enthält die Reihe keine Karte mit dem Symbol T, wird die letzte Karte entfernt.

Aus (*) erhalten wir auf diese Weise:

$$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6} \qquad (**)$$

Aber es gibt außer (*) noch mehr Reihen, bestehend aus 7 Karten, die auf diese Weise zu (**) führen, nämlich

$$\boxed{\mathrm{T}}\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6} \quad \boxed{1}\boxed{\mathrm{T}}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6} \quad \boxed{1}\boxed{2}\boxed{\mathrm{T}}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6}$$

$$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{\mathrm{T}}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6} \quad \boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{\mathrm{T}}\boxed{5}\boxed{6} \quad \boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{\mathrm{T}}\boxed{6} \quad \boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6}\boxed{\mathrm{T}}$$

$$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6}\boxed{7} \quad \boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6}\boxed{8} \quad \boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6}\boxed{9}$$

Hier ist die Karte, die bei dem oben genannten Verfahren wegfällt, grau dargestellt.

Allgemeiner: Die Reihe

$$\boxed{1}\boxed{2}\cdots\boxed{n-2}\boxed{n-1}$$

erhält man aus den folgenden n Reihen mit T:

$$\boxed{\mathrm{T}}\boxed{1}\boxed{2}\cdots\boxed{n-2}\boxed{n-1} \qquad \boxed{1}\boxed{\mathrm{T}}\boxed{2}\cdots\boxed{n-2}\boxed{n-1} \qquad \cdots \qquad \boxed{1}\boxed{2}\cdots\boxed{n-2}\boxed{\mathrm{T}}\boxed{n-1} \qquad \boxed{1}\boxed{2}\cdots\boxed{n-2}\boxed{n-1}\boxed{\mathrm{T}}$$

und den folgenden $10 - n$ Reihen ohne T

$$\boxed{1}\boxed{2}\cdots\boxed{n-2}\boxed{n-1}\boxed{n} \qquad \boxed{1}\boxed{2}\cdots\boxed{n-2}\boxed{n-1}\boxed{n+1} \qquad \cdots \qquad \boxed{1}\boxed{2}\cdots\boxed{n-2}\boxed{n-1}\boxed{8} \qquad \boxed{1}\boxed{2}\cdots\boxed{n-2}\boxed{n-1}\boxed{9}$$

Hier ist die wegfallende Nummer wieder ausgegraut.

Die Anzahl der Reihen der Länge $n-1$ mit den Zahlen 1 bis 9 ist somit ein Zehntel der Anzahl der Reihen der Länge n mit den Zahlen 1 bis 10. Daraus folgt, dass die Anzahl der Reihen mit den Zahlen 1 bis 9 mit Länge 1 oder mehr gleich

$$\frac{1}{10} \cdot 9864090 = 986409$$

ist. Darunter befinden sich noch 9 Zeilen der Länge 1, die wir herausrechnen müssen. Die Anzahl der Landschaften mit den Zahlen 1 bis 9 ist also gleich $986409 - 9 = 986400$.