

EINFÜHRUNG IN DIE ALGEBRA, WS20/21

Vorlesungsform. Wenn möglich, werde ich eine normale Präsenzvorlesung halten. Beim jetzigen Stand der Dinge scheint es mir wahrscheinlich, daß stattdessen eine Onlinevorlesung stattfinden muß.

Inhalte. Hauptziel der Vorlesung ist es, eine Einführung in die Galois-Theorie zu geben. Die dafür erforderlichen Resultate aus der Theorie der Gruppen, Ringe und Körper sind auch grundlegende Voraussetzung für die weiterführenden Vorlesungen auf dem Gebiet der Algebra. Im einzelnen sind dies:

- Euklidische Ringe, Hauptidealringe und Moduln darüber
- Eindeutige Primfaktorzerlegung
- Polynomringe
- Operationen auf Moduln über Ringen: Faktormodul, Lokalisierung
- Allgemeine, algebraische und endliche Körpererweiterungen
- Der algebraische Abschluß eines Körpers
- Normale und separable Erweiterungen.
- Galois-Erweiterungen und der Hauptsatz der Galois-Theorie
- Anwendungen der Galois-Theorie: Konstruktionen mit Zirkel und Lineal, Auflösbarkeit algebraischer Gleichungen durch Radikale.
- Endliche Körper
- Bahnkombinatorik von Gruppen, Sylow-Gruppen.

Notwendiges Vorwissen. Lineare Algebra 1 und 2. Einsemestrige Vorlesungen zur linearen Algebra, wie sie etwa für Lehrämter gehalten werden, sind meist unzureichend. Aus der Analysis wird der Umgang mit komplexen Zahlen sowie rudimentäre Beherrschung der Differentialrechnung vorausgesetzt, für einige Übungen möglicherweise auch der Zwischenwertsatz der Analysis und der Satz über Extremwerte stetiger Funktionen auf Kompakta.

Literatur. Die grundlegenden Ideen für den Aufbau der Galois-Theorie in Vorlesungen oder Lehrbüchern sind seit vielen Jahrzehnten wohletabliert und werden von den modernen Lehrbüchern mit Ausnahme kleinerer Änderungen bei den Details befolgt. Ich habe die Details meiner Vorlesung selbst konzipiert. Daher gibt es kein Buch, dem ich Abschnitt für Abschnitt folge. Die beiden ersten Bücher der folgenden Liste sind Klassiker für eine moderne Einführung in die Algebra.

- Emil Artin, Galoissche Theorie.
- Bartel Leendert van der Waerden, Moderne Algebra.

- Serge Lang, Algebra. Ein moderner Klassiker und über viele Jahrzehnte neu aufgelegt, wobei die neuen Auflagen weit über den Umfang der Vorlesung hinausgehen.
- Siegfried Bosch, Algebra. Eines der am meisten benutzten deutschsprachigen Lehrbücher aus den letzten Jahrzehnten. Verglichen mit dem Werk von Lang bringt das Buch relativ wenig Material, das über den Vorlesungsstoff hinausgeht. Zum Nacharbeiten der Vorlesung ist es gut geeignet.

Die Vorlesung wird sich wie gesagt nicht sehr eng an irgendeinem Lehrbuch orientieren. Es ist also bei keinem der aufgeführten Texte so, daß eine der Vorlesungen einem bestimmten Abschnitt in dem Text genau entspricht.

Hinweise für Lehramtsstudenten. Das Material ist abstrakt, und die für Lehramtsstudenten konzipierte Vorlesung über lineare Algebra und Geometrie deckt die Voraussetzungen der Vorlesung unzureichend ab. Ich rate von einer Belegung der Vorlesung durch Lehramtsstudenten in diesem Semester ab.

Webseite. Meine Webseite

<http://www.math.uni-bonn.de/people/franke/EinfAlg2020.21.html>

reproduziert zur Zeit nur den obigen Text, könnte aber ab Ende Juli oder Anfang August nützliche neue Information, insbesondere zum Vorlesungsmodus, enthalten.